Received January 14, 1767.

XVI. *Cogitata de* COMETIS. *Communicated by* Benjamin Franklin, LL.D. F. R. S.

Illuſtriſſimæ SOCIETATI REGIÆ,

Ob ſummum in ſe collatum honorem,

Cooptationem ſcil. in eorum Sodalitium,

Hanc qualemcunque Diſſertationem,

Ea qua par eſt obſervantia,

D. D. C. Q.

Johannes Winthrop,

Apud Cantab. Nov. Ang. Math. & Phil. Prof. Hollisianus,

7° Maii 1766.

L E M M A.

Read March 19, 1767.

CUM ex illuſtriſſimi Newtoni inventis conſtet, "gravitatem in "univerſa corpora fieri, eamque proportionalem eſſe "quantitati materiæ in ſingulis, et reciproce propor- "tionalem quadrato diſtantiæ inter corporum centra," exinde ſequitur, quòd inter bina quævis ſyſtematis mundani corpora exiſtere poteſt *limes* attractionis, in

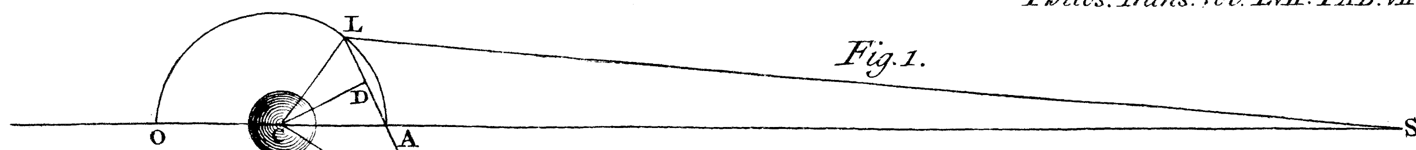


Fig. 1.

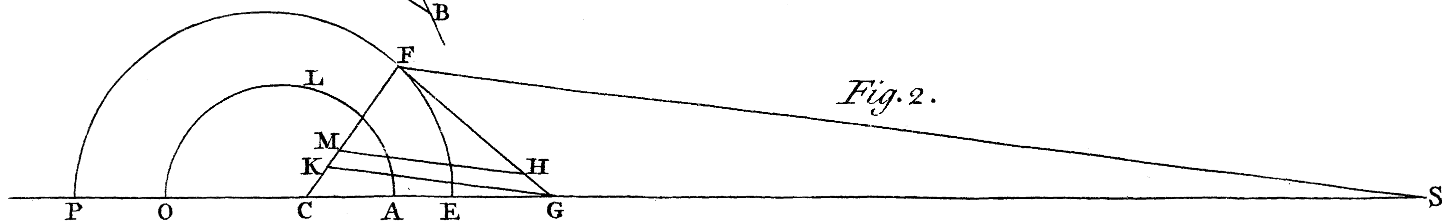


Fig. 2.



Fig. 3.

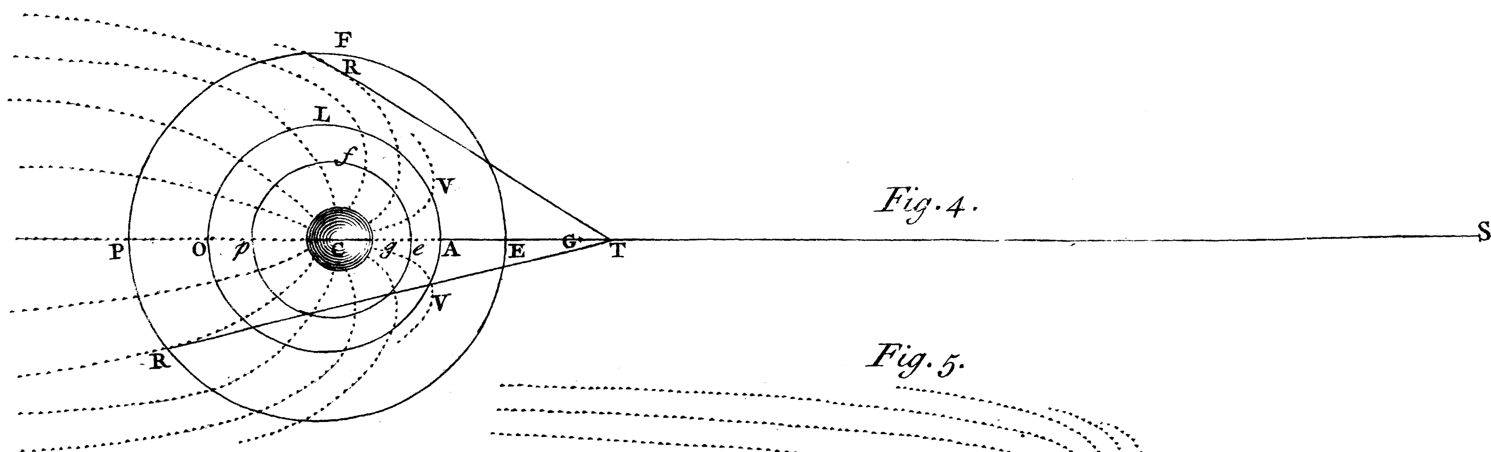


Fig. 4.

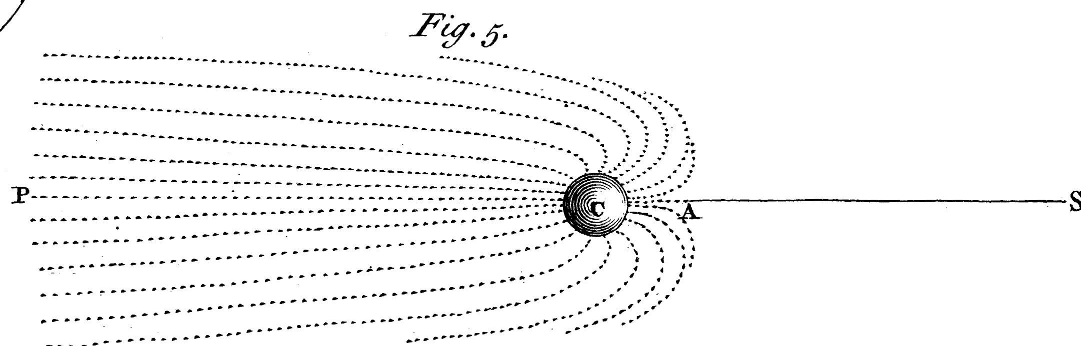


Fig. 5.

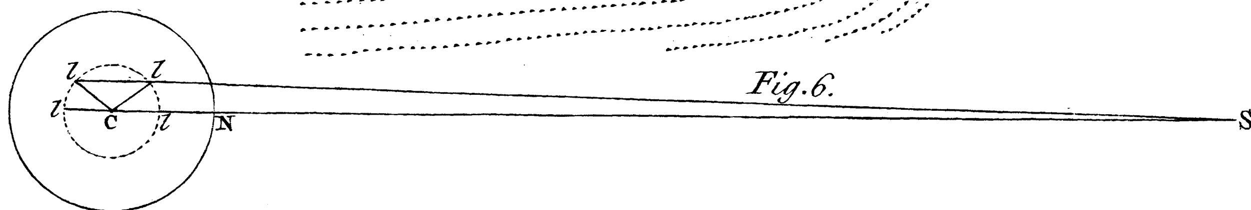


Fig. 6.

quo utique ſitum corpuſculum æqualibus viribus utrumque verſus urgebitur.

Invenire hunc limitem inter ſolem et cometas, et quædam inde pendentia, eſt ſcopus problematum ſequentium.

PROB. I.

Datis, materiæ quantitatibus in duobus corporibus, et diſtantiâ inter eorum centra; invenire limitem attractionis.

TAB. VII.

In Fig. 1. ſint S et C centra corporum, quorum majus, S; et quantitates materiæ in ipſis vocentur *s* et *c* reſpectivè. Secetur recta SC, ultra minus corpus C in infinitum producta, in A et O, ita ut ſint SA ad AC, et SO ad OC, in ſubduplicata ratione ipſius *s* ad *c*; ſuperque diametro OA deſcribatur ſemicirculus OLA: Et limes attractionis erit ſphærica ſuperficies circumactu ſemicirculi OLA circum axem OA genita.

Nam ex iis quæ præmiſſa ſunt in lemmate patet, puncta A et O eſſe in limite. Et, ſi a puncto quovis L in ſemicirculo OLA ducantur rectæ LS, LC ad centra corporum S et C, erit, ex natura circuli, SL ad LC ut SA ad AC, et ut SO ad OC; unde punctum L eſt in limite. Pari ratione, omnia puncta in ſemicirculo OLA, adeoque in ſphærica ſuperficie circumactu iſtius ſemicirculi genita, ſunt in limite quæſito. Limes igitur attractionis eſt hæc ſuperficies ſphærica, corpori minori C eccentrica. Q. E. I.

SCHOL.

SCHOL. I.

Intra hanc ſuperficiem, quam voco *limitantem*, corporis minoris vis plus pollet: Extra, majoris.

COROL. I. Sphæræ limitantis diameter AO, ejuſque ſegmenta AC, CO, ſunt ut diſtantia inter corporum centra.

COROL. 2. Dato quovis puncto in ſuperficie limitante, ut et corporum diſtantiâ, datur tota ſuperficies.

COROL. 3. In hac ſuperficie, gravitatio dirigitur ad punctum A, tanquam ad centrum. Ob æqualitatem virium, quibus corpuſculum in L trahitur verſus corpora S et C, directio vis ex ipſis compoſitæ bifariam ſecat angulum SLC; ideoque tranſit per punctum A; per iii. 3. elem.

COROL. 4. Et ducto perpendiculo CB ad CL, occurrente ipſi LA (productæ, ſi opus ſit) in B, vis ipſa compoſita erit reciproce ut rectangulum CLB. Nam CD demiſſo perpendiculo ſuper LA, vis ſimplex verſus C erit ad vim compoſitam verſus A, ut CL ad 2LD, id eſt, ut BL ad 2CL. Unde, cum vis ſimplex ſit ut $\frac{1}{CLq}$, vis compoſita erit ut $\frac{2CL}{CLq+LB}$, ſive ut $\frac{1}{CL \times LB}$.

SCHOL. II.

Si duo corpora fuerint æqualia, limes attractionis eſſet planum infinitum, diſtantiam corporum bifariam et ad rectos angulos ſecans. In hoc caſu, CA æquaretur ipſi AS, et punctum O abiret in infinitum.

SCHOL.

S C H O L. III.

Positis, distantiâ SC$=d$; semidiametro corporis majoris S$=b$, et minoris C$=k$: si ea fuerit corporum distantia, ut sit $d : k :: \surd s + \surd c : \surd c$, punctum A continget superficiem corporis C. Idem eveniet puncto O, si, imminutâ paululum distantiâ, sit $d : k :: \surd s - \surd c : \surd c$. Sin distantia d adhuc minor fuerit, Problema evadet impossibile.

P R O B. II.

Iisdem positis, invenire locum in quo vires corporum sint ad invicem in ratione data.

Sit ratio data b ad c, in qua oportet esse vim corporis majoris ad vim minoris. Secetur producta SC (Fig. 2.) in E et P, ita ut sint SE ad EC, et SP ad PC in subduplicata ratione ipsius s ad k; et locus quæsitus erit superficies sphæræ PFE, diametro PE descriptæ. Q. E. I.

Demonstratur ut Prob. I.

Corol. 1. Si secetur CS in G, ita ut sit CG ad GS, ut $\frac{b \times \text{CE}}{c}$ ad ES, punctum G erit centrum ad quod dirigetur composita gravitatio in superficie PFE. Jungantur FS, FG, FC; et agatur recta GK ipsi SF parallela. Cum ratio CG ad GS, sive CK ad KF, componatur ex rationibus CK ad KG, (id est, CF ad FS, sive CE ad ES) et KG ad KF; et, per constructionem, ratio CG ad GS componitur ex rationibus CE ad ES, et b ad c; consequens est, quod

KG

KG eſt ad KF ut *b* ad *c*; id eſt, ut vis corporis S agens ſecundum rectam ipſi KG parallelam, ad vim corporis C agentem ſecundum rectam FK.

COROL. 2. Et, ſi in diagonali FG ſumatur FH = FC, et agatur HM ipſi SF parallela, vis compoſita in puncto F erit reciproce ut rectangulum CFM.

Demonſtratur ut Corol. 4. Prob. I.

Eadem intelligenda ſunt de ſuperficie interiori *pfe*, et punctis *g*, *k*, *b*, *m*, in Fig. 3.

COROL. 3. Ubi *b* minor eſt quam *c*, centrum *g* verſatur intra ſuperficiem *pfe*, ut in Fig. 3. Ubi major, centrum G verſatur extra ſuperficiem PFE; eoque longius diſtabit a corpore C, cæteris manentibus, quo major fuerit ratio data.

Cæterùm (ut id obiter moneam), vires conjunctæ gravitatis non in diverſis ejuſdem ſuperficiei partibus tantùm, ſed et in diverſis ſuperficiebus, ſunt inter ſe in ratione ſupradicta. V. gr. Gravitas in puncto F eſt ad gravitatem in puncto *f*, ut rectangulum *Cfm* ad rectangulum CFM; in Figg. 2. et 3.

SCHOL.

Si ratio data eadem ſit ac *s* ad *c*, ſphærica ſuperficies PFE in planam mutabitur; haud ſecus ac in Schol. 2. Prob. I. puncto P in infinitum abeunte. Si ratio fuerit major, punctum P cadet in contrariam partem centri S; et ſuperficies iterum erit ſphærica, at corpori majori eccentrica; ejuſque diameter invenitur

nitur ut ſupra. Sin ratio data fuerit major quàm $\overline{b+d}^2 \times s$ ad b^2c; vel minor quam k^2s ad $\overline{k+d}^2 \times c$; Problema erit impoſſibile.

P R O B. III.

Corpuſculorum, conjunctis corporum S et C viribus attractorum, motus generatim deſcribere.

Si corpora S et C medio fluido circumdentur, in quo mergantur corpuſcula ſpecifice leviora aut graviora quàm iſtud medium, corpuſcula illa perinde aſcendent vel deſcendent, per utriuſque corporis attractionem, ac ſi ad corpus unicum traherentur; ideoque movebuntur vel in rectis lineis vel curvis, prout eorum motus directi ſint vel obliqui, reſpectu centri compoſitæ gravitationis. Nam centrum hoc idem valet * ac corporis unici centrum in eodem puncto locatum.

Cas. I. Corpuſcula inter corpora C et S in recta CS ſita, quæ ſpecifice leviora ſunt medio ambiente, tendunt ad punctum A, Fig. 1. Nam quæ inter corpus C et puuctum A ſita ſunt, aſcendunt a corpore C; et quæ inter corpus S et idem punctum, a corpore S aſcendunt, (per Schol. I. Prob. I.) Corpuſculum autem in ipſiſſimo puncto A ſitum, in æquilibrio detentum, requieſcit. Quæ in recta CO ſita ſunt, ex altera parte corporis C, aſcendunt ultra limitem O ad altitudinem indefinitam. Hæc enim, in toto itinere, quantumvis longo, aſcendunt ſimul ab utroque corpore C et S. Contra fieret, in corpuſculis ſpecifice gravioribus: quod et de caſu ſequente dicendum.

* Hæc mathematice dicta ſunt, non phyſice. Nam centra minime trahunt.

CAS. II. Omnia corpuscula leviora, e corpore C oriunda, iis quæ in recta syzygiarum PS sita sunt exceptis, ascendunt in curvilineis semitis, non multum dissimilibus, quantum auguror, eis quæ punctis signantur, in Fig. 4. quarum convexitas obvertitur corpori majori S, et quæ magis magisque tendunt versus plagam ei oppositam. Leviora enim, quæ in superficie limitante OLA sita sunt, ascendunt a puncto A; et quæ in superficie PFE, vel *pfe*, (Figg. 2. et 3.) a puncto G, vel *g*; quoniam hæc puncta sunt centra gravitationis compositæ, ad corpora C et S; per Corol. 3. Prob. I. et Corol. 1. Prob. II. Ejusmodi corpuscula, cum primum expedita sunt a corpore C, ascendunt quaquaversum ab ipsius centro, saltem quam proxime; peragrando autem superficies *pfe*, PFE, &c. ascendunt quasi depulsa a centro *g*, vel G, &c. quod semper jacet inter puncta C et S; et, dum augetur ratio *b* ad *c*, manente distantia CS, perpetuo recedit a corpore C; per Corol. 3. Prob. II. et citius, auctâ quoque distantiâ CS. Quamdiu intra sphæram limitantem comprehenduntur, ascendunt fere a corpore C. In transitu enim per superficiem interiorem *pfe*, fugantur a centro *g*, quod inter C et *e* locatur; at, ob compositionem motûs antea acquisiti cum nisu ascensûs a centro *g*, directiones in quibus assurgunt, seu tangentes semitæ suæ, secant rectam C*g* in punctis quæ adhuc propiora sunt corpori C quàm est punctum *g*. Egressis extra sphæram limitantem, et superficies exteriores PFE permeantibus, ascensus eorum magis magisque fit a corpore S. Fugantur nunc a centro G, quod locatur inter E et S; eoque magis appropinquat, cæteris paribus, corpori S, quo altius ascenderunt corpuscula a corpore C.

Corol. 1. Corpuſcula, quæ a corpore C prope rectam ſyzygiarum CS aſſurgunt, ubi regiones ipſi A vicinas attigerunt, ſeſe ad latera diffundent, curſumque in partes contrarias flectent; velut aqua fontis arte fabricati, ſimul ac ſummam conſecuta eſt altitudinem, quaquaverſum diffluit, retrorſus jamjam itura. Et omnium quidem ſemitis corpuſculorum ex toto corporis C hemiſphærio ipſi S proximo ſuſcitatorum competit vertex V, Fig. 4. ſeu punctum ex quo curva in contrarium producitur. Cis hunc verticem, corpuſcula ad corpus S accedunt; trans, ab ipſo recedunt. Quæ ab hemiſphærio oppoſito ortum ducunt, ab ipſo S nunquam non recedunt.

Corol. 2. Recedentibus corpuſculis a corpore S, id eſt, trans verticem V, angulus RTC, (Fig. 4.) ſub ſemitæ tangente RT et ſyzygiarum recta CS contentus perpetim minuitur; ad modum parabolæ.

Corol. 3. Vis, quâ corpuſcula leviora in his ſuperficiebus ſphæricis ſita aſcendunt, eo major eſt quo propiora ſunt illa plagæ oppoſitionis, pOP. Manentibus enim medii ambientis et corporis immerſi denſitatibus, ſi augeatur vis acceleratrix gravitatis in quacunque ratione, augebitur in eadem ratione differentia gravitatum ſpecificarum, id eſt, vis qua corpus immerſum ſurſum vel deorſum fertur in iſto medio. Augetur autem vis acceleratrix in unaquaque harum ſuperficierum, pergendo a conjunctione CE per F ad oppoſitionem CP; † per Corol. 4. Prob. I. et Corol. 2. Prob. II.

† Vis acceleratrix augetur in ſuperficie quacunque EFP, ab E ad F et P, quamdiu ratio data in Prob. II. minor fuerit quam $\sqrt[3]{\frac{5}{4}}$ ad 1, poſita $c = 1$. Si verò hæ rationes æquentur, vires in E et P erunt, non accurate quidem ſed quàm proxime, æquales. Id quod ex Corol. 2. Prob. II. facile colligitur.

PROB. IV.

Ex ſupradictis, præcipua caudarum cometicarum phænomena derivare, in theoriâ Newtoni.

Secundum hunc Philoſophum celeberrimum, caudæ cometicæ ad hunc modum formantur: "* Caudas a capitibus oriri et in regiones a ſole averſas aſcendere, confirmatur ex legibus quas obſervant. "† Suſpicor aſcenſum illum ex rarefactione materiæ caudarum oriri. Aſcendit fumus in camino impulſu aëris cui innatat. Aër ille per calorem rarefactus aſcendit, ob diminutam ſuam gravitatem ſpecificam, et fumum implicatum rapit ſecum. Quidni cauda cometæ ad eundem modum aſcenderit a ſole? Nam radii ſolares non agitant media, quæ permeant, niſi in reflexione et refractione. Particulæ reflectentes ea actione calefactæ calefacient auram æthercam cui implicantur. Illa calore ſibi communicato rarefiet, et ob diminutam ea raritate gravitatem ſuam ſpecificam, qua prius tendebat in ſolem, aſcendet et ſecum rapiet particulas reflectentes, ex quibus cauda componitur." Hæc eſt ſumma theoriæ Newtonianæ: Adjicit autem Auctor, "Ad aſcenſum vaporum conducit etiam, quod hi gyrantur circa ſolem et ea actione conantur a ſole recedere, at ſolis atmoſphæra et materia cœlorum vel plane quieſcit, vel motu ſolo quem a ſolis rotatione acceperit, tardius gyratur. Hæ ſunt cauſæ aſcenſus caudarum in vicinia ſolis, ubi orbes curviores ſunt, et cometæ intra denſiorem et ea ratione graviorem ſolis atmoſphæram conſiſtunt, et caudas quam longiſſimas mox emittunt."

* Newt. Princip. p. 511. Edit tertiæ. † Id. p. 514.

Ex

Ex theoria jam expoſita, ſequentia corollaria levi negotio deducuntur.

Corol. 1. Caudæ cometicæ ad ſoli oppoſitum dirigi debent. Cùm ſol major eſt quàm cometa quivis, quæ in Problematibus ſuperioribus de conjunctis corporum inæqualium viribus earumque effectibus demonſtrata ſunt, hîc locum obtinent. Corpuſcula igitur, ex quavis parte capitis cometæ C excitata, eas, eaſque ſolum, attingere debent altitudines, ad quas a viribus ibi agentibus impelli poſſunt. Quæ verſus conjunctionem ſolis S excitata ſunt, attingere poſſunt ſphæram limitantem juxta A, non autem tranſgredi; per Caſ. I. Prob. III. Aliis ex partibus excitata, altius a capite aſcendere poſſunt, ſed eorum ſemitæ ſemper detorquentur verſus ſoli oppoſitum; per Caſ. 2. Prob. III. Et in ipſo oppoſito, rectà aſcendunt a capite ad altitudinem indefinitam ſupra O; per Caſ. 1. Prob. III. Præterea, corpuſcula ad maximas altitudines aſſurgent in ea plaga ubi vis ſurſum impellens eſt maxima. Hæc vis autem eſt maxima in plaga ſoli oppoſita; per Corol. 3. Prob. III. Proinde, minima caudarum altitudo (ſi ita loqui fas ſit) ſpectabit ad ſolem; et maxima, ad ſoli oppoſitum.

Corol. 2. Caudæ, ab extremitate inferiore ad ſuperiorem, dilatari debent. Nam directiones vaporum aſcendentium intra quamvis ſuperficiem, PFE, divergunt a punctis inter cometam, C, et centrum compoſitæ gravitationis, G, jacentibus; quæ puncta eo propius accedunt ad ſolem, S, quo altius aſcenderunt vapores a capite cometæ; ut in Caſ. 2. Prob. III. expoſitum eſt. Poſtquam igitur corpuſculum tranſivit ultra ſemitæ verticem, V, (Fig. 4.) dum a centro fugitivo, G, aſcendere conatur, directiones aſcenſûs ſu

ſemper vergent ad paralleliſmum cum recta ſyzygiarum, SC, per Corol. 2. Prob. III. nunquam vero attingent.

Corol. 3. Et caudæ longiſſimæ eſſe debent in vicinia ſolis; idque ob ſequentes cauſas. 1. Ob majorem vaporum e cometa deinceps extractorum copiam, majori calori ſolis quodammodo proportionatam, ſive congruentem. Eſt autem hic calor reciproce in duplicata ratione diſtantiæ a ſole. 2. Ob majorem vaporum raritatem, ex eodem caloris gradu pendentem. 3. Ob majorem medii ambientis denſitatem. Nam materiam cœlorum, cujuſcunque demum ea ſit raritatis, denſiorem eſſe prope ſolem, ſeu commune centrum gravitatis ſyſtematis mundani (niſi quatenus rareſcat ingenti calore juxta ſolis ſuperficiem) rationi conſentaneum videtur. Denſiores enim particulæ inferiora petunt loca; et inferiores ſuperioribus comprimuntur. Sed in qua ratione diſtantiæ a ſole denſitas illius medii varietur, id nondum eſt compertum. Ex hiſce duabus cauſis (2. ſcil. et 3.) junctim ſumptis, oritur major differentia gravitatum ſpecificarum, et inde major vis aſcensûs; quæ inſuper augetur. 4. Per auctam vim acceleratricem ad ſolem; ut in Corol. 3. Prob. III. notatum eſt. Hæc vis eſt reciproce in duplicata ratione diſtantiæ a ſole. 5. Ob diminutam ſphæram limitantem; quo pacto fit, ut complures vapores, qui in majoribus a ſole diſtantiis intra ampliorem ſphæram continebantur, et tunc aſcendebant fere a cometa, in minoribus extra contractam ſecluſi, aſcendant potiſſimum a ſole; per Caſ. 2. Prob. III. caudamque anguſtiorem efficiunt, at productiorem. Hæc autem diminutio fit fere * in tri-

* Non accurate; propter magnitudinem incluſi nuclei.

plicata

plicata ratione diminutæ diſtantiæ a ſole; per Corol. 1. Prob. I.

Notandum nihilominus, non in ipſo perihelio, ſed paulo poſt, caudas fore longiſſimas. Nam, ob continuationem virium impreſſarum, effectus ſolent eſſe maximi, poſtquam eorum cauſæ aliquantum ſunt diminutæ. Quemadmodum enim "*maxima altitudo "æſtus marini non incidit in appulſus luminarium "ad meridianum, ubi vis eorum ad mare elevandum "maxima eſt, ſed in ſecundam tertiamve horam po- "ſtea; pariterque æſtas et hiems maxime vigent, "non in ipſis ſolſtitiis, ſed quaſi triginta diebus "poſtea:" Sic caudæ cometicæ prolixiores eſſe debent, poſtquam cometæ perihelion ſunt tranſgreſſi, et a ſole recedere inceperunt.

Corol. 4. Ex iiſdem rationibus concludi quoque poteſt, quòd cometæ caudatiſſimi erunt ii, cæteris paribus, qui proxime ad ſolem appropinquant.

Hæc omnia cum phænomenis congruere, notiſſimum eſt.

SCHOL. I.

Si lex vis centrifugæ, ex cauſis in Corol. 3. enumeratis (aliiſque, ſi quæ ſint) oriundæ innoteſceret, daretur natura curvarum in Caſ. 2. Prob. III. deſcriptarum, et inde figura caudæ cometicæ *a priori* (ut loquuntur) geometrice determinari poſſet. Impræſentiarum hoc tantum dicere auſim, quòd cauda induet figuram conoëidi cuidam (forſan parabolico) non diſſimilem, cujus vertex ſolem reſpiciet, et axis protendetur in partes a ſole averſas. Illius ſpeciem, ſe-

* Newt. Princip. p. 424. & 466.

cundùm

cundùm ſenſa mea, quodammodo adumbrare in Fig. 5. periclitatus fui *.

Hîc verò conſideravimus ſolum motum relativum, quo corpuſcula vaporis a capite quieſcente in altum aſſurgerent, et quo calefactæ partes auræ æthereæ, † quæ nullum alium habent motum, reverà aſſurgunt. Corpuſculis autem vaporis omnem retinentibus motum quem derivare poſſunt a capitis motu, ſive progreſſivo circa ſolem, ſive circulari circa axem proprium, motus iſte cum motu aſcensûs componitur; et ex illa compoſitione orientur incurvatio axis caudæ, et deviatio ab oppoſitione ſolis, quæ majores vel minores erunt pro velocitate et directione motûs ab hoc fonte derivati. Et hîc obiter animadvertendum occurrit, quòd cùm nulla alia cernitur unquam incurvatio aut deviatio, quàm quæ oriri poteſt a motu progreſſivo capitis circa ſolem, veriſimile eſt cometas circa axes non rotari.

S C H O L. II.

Caudæ a ſphæris planetaram abeuntis pars quædam ad planetas attrahi poteſt, modò ad aliquem eorum, intra debitam diſtantiam, accedat. Sed pars major, quantum ego quidem video, caput comitata in regiones a planetis aliiſque cometis quàm longiſſime diſſitas, refrigeſcet; et condenſata, in corpus unde originem traxit, per gravitatem ſuam paulatim recidet, et illud, tractu temporis, more atmoſphæræ undique circumfluet; ita ut, quum exacta periodo ad con-

* Similem cometæ cujuſdam obſervati imaginem ab Hookio depictam poſtea deprehendi.

† Vide Addend. I. p. 30.

ſpectum

ſpectum noſtrum redierit, inſtar coronæ caput æquabiliter cingentis videatur, in caudam denuo producenda. Si cometa quivis materiâ caudæ ſuæ ſpoliatus fuerit, nonne expectandum foret, ut cauda regenerata ſingulis revolutionibus contraheretur? Utrum verò res ita ſe habeat, id utique demonſtrandi nulla ſeſe hucusque obtulit occaſio.

PROB. V.

Invenire limitem attractionis inter ſolem et datum cometam, ex obſervatione.

Obſervetur latitudo capillitii, CA. in Fig. 5. a centro cometæ æſtimata, in ea parte quæ caudæ opponitur; et hinc, unà cum diſtantiâ cometæ tam a ſole quàm a terra, quæ dantur ex theoria gravitatis Newtoniana, habebitur punctum A, Figg. 1. 4. et 5. vel accurate, vel ſaltem quam proxime (præſertim ſi angulus ſub rectis a cometa ad ſolem et terram ductis contentus, ſit fere rectus). Inde verò, per Corol. 2. Prob. I. dabitur totus limes. Q. E. I.

Nam punctum A, ſive eam partem ſuperficiei capillitii quæ caudæ opponitur, eſſe in limite, patet ex iis quæ dicta ſunt in Corol. 1. Prob. IV.

SCHOL.

In hunc finem, neceſſe eſt cometam a ſole intra certos limites diſtare. In deſcenſu ab aphelio, tam prope ad ſolem accedere oportet, ut vaporis incaleſcentis columna aſſurgere incipiat, et atmoſphæræ forma rotunda mutari in oblongam. Hoc prius fieri nequit, quam CA (Fig. 1.) minor fit ſemidiametro

atmoſphæræ. In majoribus diſtantiis, cometa capillitio ornatur, caudâ verò deſtituitur; ut in Schol. 2. Prob. IV. Sin plus æquo appropinquet, coma a fronte capitis retro verſa et quaſi abraſa *, tota in caudam abibit. Sed hoc perpaucis cometis, iisque non niſi per breve tempus, evenire poteſt. In utroque caſu, nullus obſervationibus hîc poſtulatis relinquitur locus. Eadem dicenda ſunt de aſcenſu cometæ a perihelio. Limites autem ex hac parte axis tranſverſi orbitæ majori intervallo ab invicem diſtabant quàm ex altera. Ubi cometa prope ſolis oppoſitionem verſatur, hujuſmodi obſervationes peragi nequeunt.

Corol. 1. Latitudo capillitii, in ea parte quæ reſpicit ſolem, quamdiu cometa intra limites in Scholio præcedente memoratos verſatur, eſt ut diſtantia cometæ a ſole; per Corol. 1. Prob. I.

Et hoc cum phænomenis conſentire, auctorem habemus Newtonum, obſervationibus Hevelii fretum. " Atmoſphæræ cometarum, ait ille †, in deſcenſu " eorum in ſolem excurrendo in caudas, diminuun- " tur, et (ea certe in parte quæ ſolem reſpicit) an- " guſtiores redduntur; et viciſſim, in receſſu eorum a " ſole, ubi jam minus excurrunt in caudas, amplian- " tur: Si modo phænomena eorum Hevelius recte " notavit."

Corol. 2. Hinc innoteſcit quantitas materiæ in cometa. Nam cum dentur SC et CA, datur earum differentia SA; et inde datur ratio SA ad AC; ut et ratio hujus duplicata, quæ (per ſolutionem Prob. I.)

* Vide Schol. 3. Prob. I. et confer obſervata Hevelii de cometa anni 1665, die 20 Aprilis; infra citata in p. 148.

† Newt. Princip. p. 516.

eadem eſt ac ratio materiæ in ſole ad materiam in cometa.

Corol. 3. Hinc, et ex obſervata diametro, innoteſcit etiam denſitas cometæ. Nam denſitas ſphæræ eſt ut ejus materia directe, et cubus diametri inverſe.

Newtonus ex fœcundo gravitatis principio elicuit methodos determinandi denſitates ſolis, lunæ et planetarum ſatellitio ſtipatorum. Ex eodem fonte derivari poſſe cometarum quoque denſitates, oſtendere jam conatus ſum. En! ſpecimen calculi, hactenus, quod ſciam, intacti *; quod curioſis naturæ ſcrutatoribus haud ingratum fore ſpero.

In exemplum eſto cometa anni 1665, de quo Hevelius in Cometogr. p. 898. hæc ſcribit. "Die 8 "Aprilis, St. N. mane, magnitudinem capitis ex ma"culis lunaribus inveni; nucleum interiorem cum "tota materia adhærente, ſive crinibus circumfuſis, "æqualem eſſe toti inſulæ Siciliæ, hoc eſt, ſummum "6′; nucleum vero ſolum haud majorem eſſe inſula "Corſica lunari, hoc eſt, $\frac{5}{60}$ part. unius digiti luna"ris, ſive 12″ vel 13″." Cometa tunc erat in 23° 29′ ♓, cum 25° 49′ Lat. Bor. Invenio jam, per tabulas Halleianas, diſtantiam cometæ a ſole (SC) 62735; et a terra, 58441; talium partium qualium

* Ex ingenti caloris gradu quem terra arida apud cometam anni 1680 in perihelio verſantem ex radiis ſolaribus concipere poſſet, qui, Newtoni computo, quaſi 2000 vicibus major erat quam calor ferri candentis, concludit Auctor celeberrimus, quod "corpora cometarum ſunt ſolida, compacta, fixa ac durabilia "ad inſtar corporum planetarum. Nam ſi nihil aliud eſſent "quam vapores vel exhalationes terræ, ſolis et planetarum, "cometa hicce in tranſitu ſuo per viciniam ſolis tanto calore "ſtatim diſſipari debuiſſet." Princip. p. 508. Præter hoc, nihil de cometarum denſitatibus vulgatum invenio.

 media

media telluris a ſole diſtantia ſit 100,000: et ponendo CA, latitudinem capillitii verſus ſolem, æqualem dimidio capitis, ſive 3′, ea erat 51; et AS, 62684; et ſemidiameter nuclei 1,7 earundem partium. Proinde, materia in ſole eſt ad materiam in cometa, ut 62684 x 62684 ad 51 X 51, ſive ut 1 ad $\frac{1}{1510724}$. Porro, poſita ſolis parallaxi media 8″, 68 (ut ex nupero veneris ſub ſole tranſitu collegit vir rerum aſtronomicorum peritiſſimus Jacobus Short, S. R. S.) ſemidiameter terræ eſt 4,2; ejuſque materia $\frac{1}{342686}$ pars materiæ ſolis; ut meus profert calculus. Quocirca, denſitas terræ eſt ad denſitatem cometæ, ut $\frac{1}{4,2\ \text{cub.} \times 342686}$ ad $\frac{1}{1,7\text{cub.} \times 1510724}$; id eſt, ut 1 ad 3, 44. Hic igitur cometa, qui in perihelio ſuo quaſi decuplo propius quam terra ad ſolem accedebat, 3 $\frac{1}{2}$ fere vicibus denſitate terram ſuperabat.

Veruntamen, hos nolim venditare numeros tanquam perfectos, et cometæ hujus denſitatem abſolute exhibentes. Inſtituto meo ſufficit, ſi, dum calculi methodum illuſtrant, non longe a vero aberrent; ſummam enim accurationem ab ipſa Hevelii obſervatione haud eſſe petendam, palam eſt. Probabile omnino videtur, quòd obſervator illuſtris magnitudinem capitis æſtimârit ſecundum rectam axi caudæ normalem,, quippe in ea ſola directione dimetiri potuit caput abſque cauda; et capillitii latitudo, de qua hîc agitur, nempe verſus ſolem, paulo minor fuerit quam dimidium iſtius magnitudinis. Hæc ſuppoſitio non male quadrat cum ultima obſervatione hujus cometæ, quam Hevelius habuit die 20° Aprilis. Eo tempore diſtantia cometæ a ſole, meo computo, erat 24237; et a terra, 89602. Jam, apparens latitudo capil-

capillitii verſus ſolem eſt ut diſtantia cometæ a ſole directe, per Corol. 1. Prob. V. et ut diſtantia a terra inverſe; id eſt, ut $\frac{62735}{38441}$ ad $\frac{24237}{89602}$, ſive ut 4 ad 1. Quare, ſi in priore obſervatione fuiſſet 3′, in poſteriore eſſet 45″; et capillitium emineret ſuper nucleum 40″ circiter; quod quidem non adeo ægre, adhibito perſpicillo, perceptu foret. At teſtatur Hevelius, quòd "die 20° Aprilis, cum a nobis ultimum obſer-"varetur cometa, in frontiſpicio capitis materia illa "dilutior jam adeo erat contracta, attenuata et diſſi-"pata, ut parum admodum amplius ſupereſſet; ad "utrumque latus vero ſatis dilatata extitit." Credibile igitur eſt, latitudinem anteriorem capillitii, etiam in prima obſervatione, minorem extitiſſe quam lateralem; i.e. minorem quam 3′. Quod ſi hæc latitudo minor fuerit quam 3′, minuenda erit materia cometæ, ejuſque denſitas, in duplicata ratione, quam proxime; per Corol. 2. et 3. Prob. V. Hujus ergo cometæ denſitas non major eſt quam quæ ſupra definita eſt; ſed poteſt eſſe aliquanto minor.

Quærebam itidem denſitatem cometæ anni 1682. "Aug. 20. St. V. diameter capillitii axi caudæ per "nucleum normalis, menſurante Flamſtedio, erat "2′ 0″; cujus diſtantiæ ipſe nucleus vix $\frac{1}{10}$ æquabat; "ideoque latus erat circa 12″." Hîc iterum neceſſe habemus ſumere dimidium diametri capillitii pro latitudine ejus verſus ſolem; quanquam vix dubium eſt quin hæc aliquantulo minor fuerit illo. Et in hac ſuppoſitione, iiſdem calculi veſtigiis inſiſtendo, inveni denſitatem terræ eſſe ad denſitatem cometæ ut 1 ad 0,4562; ſeu ut 11 ad 5 circiter.

Notatu non indignam arbitror aliam hujus cometæ obſervationem a Flamſtedio factam die 4 Septemb. quo

quo tempore erat "nucleus limbo capillitii vicinior "quam antea [20 Aug.] duplo fere." Supra monstratum est, quod capillitii latitudo apparens versus solem est ut distantia a sole directe, et a terra inverse; ex quo, computum ineundo, invenio capillitii latitudinem die 4 Septemb. esse ad ipsius latitudinem 20 Aug. ut 1 ad 2,1542. Quod cum observatis probe congruit; ut conferenti liquebit. Fatendum tamen, maximam hujus differentiæ partem secundæ illarum rationum deberi.

Vellem sane plura adducere exempla, cæterosque cometas, ratione densitatis, inter se conferre; sed observationum penuria impedimento fuit quo minus aliorum densitates ad calculum revocaverim; nullæ enim extant, quas mihi quidem videre contigit, adeo subtiles ut huic disquisitioni apte inservire queant. Nec mirum; quum admodum difficile est, arcus tam exiguos ad amussim mentiri. Quantum ex allatis conjectura assequi possum, eadem hîc valet regula quam obtinere demonstravit Newtonus in planetis, "eos nempe densiores esse, cæteris paribus, qui sunt "soli propiores *." Insuper colligere videor, quod sicut cometæ ut plurimum ejusdem fere sunt magnitudinis cum planetis, ita non multo plus discrepant cometæ a planetis quoad densitatem quam planetæ dissident inter se. Nam terra, per Newtoni demonstrata, sextuplo densior est quam saturnus. Quinetiam, quòd cùm distantiæ periheliæ sunt æquales, cometæ planetis rariores sunt; — in hunc fortasse fi-

* Secundum superiorem calculum, cometa anni 1665 erat quasi 7 ½ vicibus densior quam cometa anni 1682. Eorum autem distantiæ periheliæ, Halleio computante, erant 10649, et 58328.

nem,

nem, ut in tranſitu prope planetas, minus turbent eorum motus; et ut, eidem gradui caloris objecti, facilius vapores emittant, ad formandas caudas.

Sed manum de tabula; neque enim conjectandi licentiæ indulgendum. Si in poſterum aſtronomi obſervationes hujuſmodi inſtituerint, ea ſedulitate qua phænomenis ſtellarum tam fixarum quam errantium invigilare ſolent, certiorem tandem penitioremque ſiderum caudatorum cognitionem ſperare licebit.

P. S.

EST et infra ſuperficiem cometæ limes attractionis, intra quem vis ſolis fortior eſt quam cometæ. Hujus inveſtigatio pendet a diverſa gravitatis lege, creſcentis ſcil. in ſimplici ratione diſtantiæ a centro; per Prop. 73. Lib. I. Newt. Princip. ejuſque natura eſt, quòd ſi a quovis ipſius puncto *l* (Fig. 6.) ducantur rectæ ad centrum ſolis S et cometæ C, quadratum prioris in poſteriorem ductum, S *lq* x *l* C, efficiet ſolidum datum; quod eandem quidem habebit rationem ad cubum ſemidiametri cometæ, CN, quam habet materia in ſole ad materiam in cometa. Verùm, cùm hujus limitis diameter perexigua eſt reſpectu diſtantiæ a ſole, et propterea omnes rectæ S *l*, ideoque et *l* C, ſunt quam proxime æquales, hæc ſuperficies *l l l l* parum differet a ſphærica; ejuſque diameter erit reciproce ut quadratum diſtantiæ cometæ a ſole. Sed hæc, aliaque ad hunc caſum ſpectantia, Prob. II. conſimilia, mathematicæ duntaxat ſunt contemplationis; eoque conſulto in ſuperioribus prætermiſimus, utpote ab argumento noſtro aliena.

ADDENDA.

I.

Ascensum caudæ cometicæ, quem ope cujusdem medii cœlestis perspicacissimus Newtonus explicatum dedit, aliquantulum illustrare aggressi sumus. Quænam verò sit istius medii natura, quisve terminus, magna quæstio est, et tenebris involuta. Diversis nominibus illud Newtonus insignivit, scilicet auræ æthereæ, materiæ cælorum, et atmosphæræ*. Aliis in locis summus philosophus asseruit, et variis iisque gravissimis rationibus assertum stabilivit, "cœlos re-"sistentia destitui"; quo posito, hæc aura ætherea non potest esse non rarissima; et materia cœlorum nihil aliud quam vapores longe tenuissimi. Corpus solis ingenti atmosphæræ pondere premi, non desunt argumenta quæ nobis fidem faciant; et ex macularum solarium phænomenis certum est, eam, unà cum corpore solis, circa axem spatio $25\frac{1}{3}$ dierum rotari. Quòd si hæ maculæ triduo diutius pone solem latent quam sese nobis conspiciendos præbent, ut a quibusdam observatum est, necesse est altæ sint supra solis superficiem parte $\frac{1}{137}$ † diametri solaris; et ad hanc minimùm altitudinem porrigi solis atmos-

* Vide periochen citatam sub Prob. IV. in qua Auctor has voces promiscue usurpâsse videtur; saltem non præcise inter eas distinxit.

† Wolfius in Astron. macularum solarium altitudinem multo majorem justo æstimavit, scil. $\frac{1}{34}$ diametri solis: manifesto errore; ponendo sinum versum 10 graduum æqualem 15 centesimis partibus radii, cùm revera sit æqualis tantùm 15 millesimis.

phæram, par eſt credere. Cometa anni 1680 in perihelio minus diſtabat a ſole quàm parte ſexta diametri ſolis; et in vicinia illa, ex auctoris clariſſimi ſententia *, reſiſtentiam nonnullam ſentire debuit. Sed quæ ſit illius atmoſphæræ altitudo, hucuſque incompertum eſt. Veriſimile videtur, eam intra modicos terminos contineri. Etenim, ſi ad orbes planetarum pertingeret, caudæ cometicæ per eos tranſeuntes, impulſu illius gyrantis tanquam vento validiſſimo raptæ, ab occaſu in ortum detorquerentur. Atqui medium, de quo quæſtio eſt, eouſque extendi oportet, quo cauda cometæ cujuſvis pullulare incepit. Hic locus orbibus mercurii et veneris, immo et ipſius terræ †, ſuperior eſt. Tam immanis autem amplitudo atmoſphæræ ſolis concedi nequit.

Quid de re tam obſcura ſtatuendum ſit, incertus hæreo; hæc tantum rata habens, medium hocce tenuiſſimum eſſe, et quam facillime rareſcere; paulo autem denſius eſſe prope ſolem quam ulterius, terminumque ejus extra ſphæram orbis magni eſſe locandum; item, non modo non rotatum vertigine quali corpus ſolis, ſed et ſumme quietum eſſe ac tranquillum. Denique, non abſimile videtur, caudarum materiam longe magis volatilem eſſe quàm exhalationes e corporibus quibuſlibet terrenis aut planetaribus elicitas.

II.

Quibus uſibus inſerviant cometarum caudæ, id eſt alia quæſtio, explicatu difficillima. Cenſuit Newto-

* Princip. p. 525.

† Conſtat ex phænomenis cometæ anni 1680. Alii cometæ hunc terminum ad orbem uſque martis, aut ſupra, forſan amoveant. Sed hoc non exploravi.

 nus

us " eas * ad conſervationem marium et humorum " in planetis requiri, ex quibus in planetas attractis " et cum eorum atmoſphæris mixtis, quicquid li- " quoris per vegetationem et putrefactionem conſu- " mitur, et in terram aridam convertitur, continuo " ſuppleri et refici poſſit." Verùm cùm, ipſo judice †, " perexigua quantitas aëris et vaporum ad om- " nia caudarum, etiamſi ſpatia immenſa occupantium, " phænomena ſufficiat"; et cùm hujus quantitatis perexiguæ perexigua tantum pars in unumquemque planetam incidere queat (ni mea fallat opinio in Schol. 2. Prob. IV. prolata), ambigi poteſt an hic ſit e præcipuis cometarum finibus. Sed nihil ſtatuo. Aliorum eſto judicium.

* Princip. p. 515. † Id. p. 513.

XVI. *Some*